

---

ESTUDIOS / RESEARCH STUDIES

---

## Estudio cuantitativo de una red de coautoría en educación matemática. Un análisis de sus campos de investigación basado en el método Delphi

Miguel Cruz-Ramírez\*, Yohan Díaz-Ferrer\*, José Alberto Rúa-Vásquez\*\*, Osvaldo Jesús Rojas-Velázquez\*\*\*

\* Universidad de Holguín, Cuba

Correo-e: [mcruzr@uho.edu.cu](mailto:mcruzr@uho.edu.cu) | ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1697-1624>  
Correo-e: [ydferrer@uho.edu.cu](mailto:ydferrer@uho.edu.cu) | ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9143-1452>

\*\* Universidad de Medellín, Colombia

Correo-e: [jrua@udem.edu.co](mailto:jrua@udem.edu.co) | ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5258-930X>

\*\*\* Universidad Antonio Nariño, Colombia

Correo-e: [oropjasv69@uan.edu.co](mailto:oropjasv69@uan.edu.co) | ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3327-3799>

Recibido: 30-10-19; 2ª versión: 11-01-20; Aceptado: 23-01-20.

**Cómo citar este artículo/Citation:** Cruz-Ramírez, M.; Díaz-Ferrer, Y.; Rúa-Vásquez, J. A.; Rojas-Velázquez, O. J. (2020). Estudio cuantitativo de una red de coautoría en educación matemática. Un análisis de sus campos de investigación basado en el método Delphi. *Revista Española de Documentación Científica*, 43 (4), e281. <https://doi.org/10.3989/redc.2020.4.1727>

**Resumen:** Las redes de coautoría expresan indirectamente procesos complejos de colaboración científica que trascienden lo institucional y nacional. En el presente estudio se identifican redes de coautoría en el campo de la educación matemática, y se determinan las relaciones estructurales y los campos de investigación en una mayoría visible. Se utilizan métodos bibliométricos con base en 8577 documentos registrados en Scopus (periodo 1969-2018), apoyados en redes de coautoría para identificar los grupos de mayor actividad directa o indirecta. También se utiliza el método Delphi con un panel de 21 expertos a dos rondas, a fin de determinar los respectivos campos de investigación. Se revela un crecimiento acelerado de la productividad científica, con tendencia al trabajo colectivo sobre el individual, principalmente en la última década. Se identifican nueve clústeres de coautoría con mayor actividad, cuyos objetos de investigación se determinan bajo tres unidades de análisis: el ámbito, el contenido y el contexto.

**Palabras clave:** Cooperación científica; educación matemática; coautoría; análisis de redes sociales; método Delphi.

### Scientometric study of a co-authorship network on mathematics education. An analysis of the research fields based on Delphi method

**Abstract:** Co-authorship networks indirectly express complex scientific collaboration processes that transcend the institutional and national spheres. This study is aimed to identify co-authorship networks in the field of mathematics education, in order to determine structural framework and research fields in one largely visible network. Bibliometric methods are used, based on 8577 documents registered in Scopus (period 1969-2018), supported by co-authoring networks to identify the groups with the greatest direct or indirect activity. The Delphi method is also used with a panel of 21 experts at two rounds, in order to determine the respective research fields. The study reveals an accelerated growth of scientific productivity, with a tendency to collective over individual work, mainly in the last decade. Nine co-authoring clusters of greater activity are identified, whose research objects are determined based on three analysis units: scope, content and context.

**Keywords:** Scientific collaboration; mathematics education; co-authorship; social network analysis; Delphi method.

**Copyright:** © 2020 CSIC. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso y distribución Creative Commons Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

## 1. INTRODUCCIÓN

La colaboración científica es expresión de numerosas ventajas que entraña el trabajo colectivo, entre las que se encuentra una aproximación a la calidad a partir del análisis multilateral de los resultados obtenidos, una mejor exploración de zonas limítrofes de la ciencia con base en el trabajo multi y transdisciplinar, un uso más efectivo de los recursos humanos y financieros organizados en proyectos de investigación, entre otros aspectos. La colaboración también refleja espacios de práctica e interacciones sociales (González y Gómez, 2014; Serna-Gómez y otros, 2019), razón por la cual su estudio se relaciona estrechamente con el análisis de redes sociales (Gálvez, 2018). Varios constructos han sido establecidos con la finalidad de profundizar en las fuentes que favorecen la colaboración y la formación de grupos sociales en las comunidades científicas, así como en las formas en que estas funcionan y evolucionan. Ejemplos de ello son los conceptos de "colegios invisibles" (Kretschmer, 1997; Palacios-Núñez y otros, 2018; Price, 1963; Zuccala, 2006), de "escuelas de pensamiento" (Tuire y Erno, 2001; Üsdiken y Pasadeos, 1995), la hipótesis de los "pequeños mundos" (Biancani y McFarland, 2013; Newman, 2001), entre otros. Al decir de Biancani y McFarland (2013):

"Uno de los hallazgos más comunes respecto a las redes académicas de colaboración es que constituyen 'pequeños mundos', lo cual significa que están altamente agrupados y estructurados por rutas globales de pequeña longitud. Los agrupamientos ocurren cuando pequeños grupos de investigadores comparten muchos nexos en común, mientras que las rutas de pequeña longitud indican que existen unos pocos nexos de largo alcance que conectan individuos en clústeres distintos" (p. 158).

Frecuentemente, el estudio de la colaboración científica se apoya en el análisis de sus productos formales, como las publicaciones y las patentes; sin embargo, esta perspectiva apenas capta una parte del proceso. Pueden mencionarse otros aspectos como los nexos informales e intercambio entre colegas, la socialización de los resultados en eventos científicos, las alianzas entre programas académicos a fin de satisfacer estándares de internacionalización, las cotutorías de tesis, y las coediciones. En muchos casos, se constata la influencia de la proximidad geográfica, así como de lazos históricos, culturales, socioeconómicos, e idiomáticos (Zitt y otros, 2000; Jiménez y otros, 2017; Tuire y Erno, 2001). Incluso han sido descritos fenómenos tales como la "homofilia", que expresa la tendencia a formar lazos de preferencia entre personas o instituciones con características similares. Por ejem-

plo, universidades de reputación equiparable, individuos que han realizado un trabajo previo similar, o bien con niveles análogos de experticia (Biancani y McFarland, 2013; Kretschmer, 1997).

Tanto los nexos formales como los informales son complementarios y sinérgicos (Tuire y Erno, 2001). Las ventajas de los canales formales residen en la verificabilidad de la información, la estabilidad a lo largo del tiempo, la disminución de ruidos y variables extrañas, la facilidad para el empleo de indicadores de medida, entre otros aspectos (Erfanmanesh y otros, 2012). Por otra parte, existen dos hechos que ponderan estas ventajas: por una parte, el almacenamiento de metadatos con base en el desarrollo de tecnologías de la información y, por otra, el avance de las técnicas de investigación en redes, lo cual provee a los investigadores de recursos poderosos para maniobrar con grandes volúmenes de información normalizada. Es en este marco donde la ciencia métrica encuentra un espacio oportuno para el estudio de la colaboración científica, apoyada principalmente en el análisis de redes de citas y de coautorías (Abu y Verma, 2019; Jung y Ruiz-León, 2018; Newman, 2001; Rahman y otros, 2018).

En particular, la coautoría es una forma tangible y bien documentada de colaboración científica (Olivera y otros, 2018), donde las herramientas analíticas elaboradas para el estudio de las redes sociales permiten establecer inferencias acerca de las relaciones entre investigadores, modelados como nodos interconectados de un grafo (Rahman y otros, 2018). Desde el punto de vista de la naturaleza de los nodos, la interconexión refleja la función de cada individuo dentro de la red, e incluso la colaboración entre instituciones y entre países (Erfanmanesh y otros, 2012); por otro lado, desde el punto de vista de la estructura del grafo, el establecimiento de índices locales y globales facilita la interpretación de las posiciones de los individuos y de sus interrelaciones.

Frecuentemente se emplean parámetros tales como el grado de centralidad, el de cercanía entre nodos, la densidad del grafo, la intermediación, el coeficiente de agrupamiento, entre otros (Ausloos, 2013; Ding, 2011; Hou y otros, 2008; Jung y Ruiz-León, 2018; Maz y otros, 2009; Rahman y otros, 2018). Varios hallazgos han sido descritos con ayuda de estos recursos. Por ejemplo, Newman (2004) encontró que aproximadamente el 64% de los nexos pequeños de un individuo hacia los otros en una red pasa a través de un colaborador individual mejor conectado, la mayoría de los restantes pasan a través del segundo colaborador mejor conectado, y así sucesivamente. Por sugerencia de un colega, Newman (2004) ha denominado este efecto como "vertimiento por embudo" (*funneling*).

Generalmente, las investigaciones sobre redes de coautoría profundizan en la estructura y funcionalidad de la colaboración, mientras que unas pocas consideran el contenido de estas relaciones. Ding (2011) señala que, en su mayoría, los estudios no capturan las características de aquellos tópicos que son contenido de la colaboración científica. Este autor destaca que, si bien la mayoría de las bases de datos proveen categorías temáticas para los artículos de las revistas, las mismas no ilustran el contenido de la colaboración por ser demasiado generales. Otro camino basado en recursos bibliométricos consiste en el empleo de palabras clave. Por ejemplo, un campo de las ciencias médicas, Zhang y otros (2016) constataron que tanto las *Author Keywords* como las *Keywords Plus* de la WoS captan tendencias similares en las investigaciones, pero las primeras (que son suministradas por los autores regularmente desde algún tesoro) enfatizan enfermedades específicas y condiciones, mientras que las segundas (que son producto de un algoritmo computacional) reflejan principalmente los métodos y técnicas de investigación.

Algunas investigaciones sobre contenido utilizan técnicas de minería de datos, con base en los propios metadatos de las publicaciones. Ejemplo de ello son los modelos *Latent-Dirichlet-Allocation* y *Author-Conference-Topic* que postulan la existencia de estructuras latentes entre palabras y documentos (Ding, 2011); el análisis léxico de los títulos contenidos en las referencias (Gálvez, 2018); y los métodos híbridos basados en análisis léxicos y en el empleo de documentos básicos (*core documents*) para etiquetar e interpretar clústeres (Glänzel y Thijs, 2017). Por otro lado, algunas investigaciones capturan los datos a partir de encuestas sobre colaboración individual, como reportan Tuire y Erno (2001) en una exploración de la estructura de la comunidad científica educacional en Finlandia. Con el empleo de técnicas de escalamiento multidimensional determinan dos dimensiones latentes, las cuales permiten identificar tres clústeres que denominan "colegios invisibles": uno estructurado por investigadores sobre el aprendizaje, otro sobre la enseñanza, y un tercero sobre la sociología de la educación.

De modo similar a otros campos emergentes, en el ámbito de la educación matemática existe un nivel de organización favorable para la colaboración a escala mundial. Existen sociedades científicas en numerosos países, generalmente adscritas a organizaciones regionales que concertan eventos y promueven la investigación conjunta. A escala internacional, se destaca la *International Commission on Mathematical Instruction* fundada en 1908, la cual organiza los *In-*

*ternational Congress on Mathematical Education*, eventos de gran magnitud y confluencia global, así como estudios donde participan investigadores de numerosos países.

Algunas investigaciones han aplicado métodos bibliométricos y cuantitativos, con la finalidad de explorar el desarrollo científico en educación matemática (Bracho y otros, 2014; Bracho-López y otros, 2012; Jiménez-Fanjul y otros, 2013; Maz y otros, 2009; Özkaya, 2018; Vallejo-Ruiz y otros, 2008). Por ejemplo, con base en una amplia muestra de tesis doctorales españolas defendidas durante el transcurso de 30 años, Vallejo-Ruiz y otros (2008) establecen una periodización, determinan los campos de investigación más arraigados, reflexionan sobre el impacto de estas tesis, e incluso identifican las problemáticas fundamentales a solventar desde los órdenes metodológico, empírico, y teórico.

Con una mirada a la colaboración científica en educación matemática, Maz y otros (2009) desarrollan un estudio sobre el desarrollo experimentado en este campo, tomando como base las publicaciones que aparecen en la revista *Enseñanza de las Ciencias*, entre los años 1983 y 2006. Estos autores identifican varios patrones de productividad y de citaciones, donde uno de ellos se centra en la colaboración conforme a la filiación institucional. Al respecto, dicha investigación revela que "... no hay tradición de colaboración entre investigadores de diversas instituciones a la hora de publicar porque el 78% de los artículos están firmados por miembros de una sola institución, mientras que en los que aparecen dos instituciones representan el 16,1% y tres solamente el 4,7%" (Maz y otros, 2009, p. 191). Para explorar los contenidos más investigados en educación matemática, este trabajo utiliza doce categorías generales del MESC (*Mathematics Education Subject Classification*), compiladas por la base de datos MathEduc (<https://www.emis.de/MATH/DI/en/help.html>) y de uso frecuente en revistas de este campo.

Análogamente, Bracho y otros (2014), exploran la narrativa en educación matemática, con base en publicaciones indexadas en la *Web of Science*. Este estudio detecta un comportamiento similar al anterior, tendiente a la publicación individual en el 82% de los casos. El índice calculado produce poco más de dos artículos por colaboración y, en los casos más significativos (cinco o más autores) se logran delimitar 12 subredes de colaboración. En general, el análisis de contenidos temáticos se desarrolla de forma global por intermedio de una identificación de los descriptores fundamentales dentro del conjunto de palabras clave, los cuales se localizan posteriormente dentro de los títulos y resúmenes. De

este modo se visualizan redes que permiten identificar vínculos importantes, como la asociación del término *narrative* a conceptos tales como la formación de profesores, el desarrollo profesional, las actitudes, la autoeficacia, y la identidad.

Como puede observarse, el estudio de la colaboración por redes de coautoría demarca un terreno fértil para la indagación científica, donde un aspecto medular y poco abordado consiste en el análisis de los contenidos que son objeto de dicha colaboración. Ello motiva, por ejemplo, la posibilidad de identificar los campos de investigación científica de las subredes que conforman una red de colaboración. A la luz de los resultados anteriores, es conveniente utilizar grandes volúmenes de datos, lo cual puede favorecer el empleo de técnicas que faciliten la identificación de los objetos de estudio predominantes en estas subredes, como pequeños clústeres de trabajo colaborativo con base en la coautoría.

## 2. PROBLEMA Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

Tomando en consideración un contexto amplio (no constreñido a una revista o a un campo específico de investigación) y holístico (capaz de aprehender en tiempo y diversidad la producción científica), cabe preguntarse qué aspectos caracterizan el proceso de colaboración científica en educación matemática, con base en redes de coautoría. A partir de aquí, los objetivos de investigación del presente estudio son los siguientes:

1. Identificar redes y subredes de colaboración en educación matemática, con base en la coautoría de publicaciones de elevada visibilidad.
2. Determinar los campos de investigación fundamentales dentro de subredes de elevado nivel de actividad, a partir de los contenidos expresados en sus publicaciones científicas.

## 3. METODOLOGÍA

### 3.1. Creación de una base de datos sobre publicaciones en educación matemática

Tomado en consideración las poderosas prestaciones de su motor de búsqueda, el volumen y calidad de la información almacenada, la riqueza de metadatos, así como las facilidades para la descarga de archivos CSV, se decide el empleo de Scopus como fuente primaria de información. La búsqueda se realiza el día 8 de febrero de 2019, por intermedio de sentencias lógicas de la forma: TITLE-ABS-KEY("D<sub>1</sub>" OR "D<sub>2</sub>" OR ... "D<sub>n</sub>") AND PUBYEAR > m<sub>j</sub> AND PUBYEAR <= m<sub>j</sub> + 1, donde D<sub>i</sub> (1 ≤ i ≤ n) representa el conjunto de denominaciones que expresan

la información a buscar, mientras que {m<sub>j</sub>}<sub>j≥1</sub> es una sucesión de años definida, de manera tal, que el volumen exportado por la base de datos no supere los 2000 documentos. Esto último se debe a restricciones de descarga en Scopus, cuando se solicita la descarga masiva de metadatos en un archivo CSV. Para conformar un conjunto relativamente exhaustivo de denominaciones posibles se utilizan D<sub>1</sub> = "mathematics education", D<sub>2</sub> = "didactic of mathematics", D<sub>3</sub> = "teaching mathematics", y D<sub>4</sub> = "learning mathematics", las cuales constituyen terminologías tradicionales referentes a este dominio del conocimiento. A continuación, se compila toda la información en una única base de datos.

### 3.2. Identificación de redes de colaboración mediante clústeres de coautoría

Para la identificación de posibles redes de coautoría se utiliza la aplicación en desarrollo VOSviewer (Van Eck y Waltman, 2010), la cual está diseñada con la finalidad de mapear relaciones subyacentes en varios conjuntos de metadatos y, particularmente, en archivos de Scopus. Una de las ventajas de este software consiste en la visualización de clústeres, con base en redes de correlación. En el presente caso, se realiza un análisis apoyado en redes de coautoría entre investigadores, donde el peso estadístico es el mismo, independientemente del orden en que firman los autores. El umbral de selección se fija tomando como base la participación en no menos de cinco documentos. Luego se filtra la variable que mide el total de vínculos fuertes (*Total link strength*), eligiendo valores no inferiores a 10, con el fin de identificar un conjunto de autores con elevado nivel de colaboración. Se verifica la no exclusión de autores con un elevado número de citas (al menos 300), así como aquellos de elevada productividad individual (al menos 20).

VOSviewer visualiza los clústeres existentes, pero sus prestaciones no facilitan un análisis pormenorizado de cada uno hacia lo interno. Para sortear este obstáculo se exporta el listado de autores que conforman cada clúster y, seguidamente, se filtra la base de datos con el objetivo de seleccionar todos los documentos donde participan los respectivos autores. De este modo, para cada clúster, se conforma una base de datos contentiva de todos sus documentos, la cual no solo contiene los autores del filtrado original sino el conjunto de todos sus coautores.

Cada subconjunto de datos se procesa nuevamente con ayuda de VOSviewer, obteniendo los nexos entre sus coautores, las redes de palabras clave, así como el listado de términos mayormente empleados en los respectivos títulos y resúmenes. Para finalizar, el análisis se complementa procesan-

do cada subconjunto de datos con el software UCINET (Borgatti y otros, 2002), con el propósito de describir las relaciones subyacentes entre los investigadores que conforman las subredes de coautoría, de modo similar al análisis de estructura en una red social. Con ello se facilita la caracterización de cada subred, no solo de forma general sino también por el papel específico de cada integrante. En particular, se priorizan los indicadores globales de densidad y centralización, así como los indicadores nodales de intermediación y cercanía (Aguilar-Gallegos y otros, 2017; Hou y otros, 2008; Maz y otros, 2009).

### 3.3. Determinación de objetos de investigación con base en el método Delphi

El análisis interno de cada red de coautoría alberga cierto grado de subjetividad. Para disminuir este aspecto negativo, se preselecciona un conjunto de posibles expertos, tomado como criterio una formación académica o científica vinculada directamente a la educación matemática, y al menos una década de experiencia docente en este mismo campo. Seguidamente se invita a los candidatos a completar un instrumento elaborado por Cruz y Martínez (2012), cuyo propósito consiste en el cálculo de un coeficiente de competencia experta  $k$ . Para efectuar el cálculo de este coeficiente se promedia una medida del grado de conocimientos sobre el tema investigado, con una medida de la influencia de siete fuentes de argumentación. El punto de corte se adopta tal y como lo sugieren los autores, con  $k \geq 0,75$  (Cruz y Martínez, 2012). Para la selección del panel también se solicita, de cada candidato, su disposición a participar en la investigación.

A continuación, se implementa el método Delphi donde estudios recientes han revelado sus potencialidades para investigaciones que requieren cierto nivel de consenso (Cabero y Llorente, 2015; Dunsmuir y otros, 2015; García-Aracil y Palomares-Montero, 2012; López-Gómez, 2018). Este método se caracteriza por el anonimato de los expertos, la secuencia de cuestionarios, la retroalimentación controlada, y la respuesta estadística de grupo (Cruz, 2009; Cruz y Rúa, 2018; Landeta, 1999). Con el anonimato de los expertos se busca disminuir efectos desfavorables que ocurren en los procesos grupales, como la imposición de un criterio o la inhibición de una opinión por la presión colectiva. Los cuestionarios son instrumentos elaborados con el objetivo de capturar información que pueda sintetizarse de forma generalmente cuantitativa, de modo que se devuelva al panel cada síntesis en las rondas subsiguientes. Esta retroalimentación controlada conduce a cada experto a reflexionar sobre la posición del colectivo, y a contrastarla con su propia opinión. De tal modo,

en la siguiente ronda emitirá una nueva respuesta mediada por la influencia del panel. En general, se espera que las posiciones extremas sean atemperadas por la inteligencia y el saber colectivo.

El proceso se planifica a dos rondas, donde la primera pone a disposición del panel la siguiente información:

1. Estructura de una red de coautoría, seleccionada por su relevancia y donde cada clúster constituye una subred.
2. Un conjunto de términos frecuentes e interrelacionados, obtenidos por medio del procesamiento de los títulos y resúmenes para cada subred.
3. Para cada subred, un listado de palabras clave bajo los siguientes criterios de inclusión:
  - a) Los correspondientes al documento más citado.
  - b) Los correspondientes al autor con mayor volumen histórico de citas.
  - c) Los correspondientes al autor con mayor nivel de intermediación.
  - d) Los correspondientes al autor con mayor nivel de cercanía. Aquí, el periodo seleccionado, los índices de citas, y los indicadores de nivel nodal, se utilizan en un sentido de mayor nivel de influencia y contemporaneidad.

En esta primera ronda se solicita el análisis integral de la información a fin de que los expertos establezcan, conforme a su opinión, el campo de investigación más relevante para cada subred. El análisis posterior se realiza siguiendo el procedimiento descrito por Hernández y otros (2014, p. 423) para el análisis cualitativo orientado a la generación de categorías o temas. En la segunda ronda, se presenta al panel las respectivas síntesis cualitativas que caracterizan a cada campo de investigación, y se demanda consignar explícitamente el acuerdo o desacuerdo de cada experto.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Caracterización general de la muestra estudiada

La búsqueda realizada produce una cantidad preliminar de 8.616 documentos, dentro del periodo 1893-2018, el más antiguo data de 1893 y se titula "*The use of history in teaching mathematics*" publicado en la revista *Nature* (Vol. 48, No. 1227) como resumen de una conferencia dictada por G. Heppel ante la *Association for Improvement of Geometrical Teaching*. Se eliminan apenas 39 registros espaciados en el tiempo y anteriores al año 1969, resultando una base

de datos definitiva conformada por 8.577 documentos, distribuidos durante los últimos 50 años (1969-2018). La mayoría de los documentos se concentra en la última década con 6.157, lo cual representa el 71,79%. Particularmente, el término  $D_1 = \text{"mathematics education"}$  subsume más del 99% de todos los registros compilados. Se decide utilizar toda la información compilada, pues la concentración de los datos en la última década provee al estudio de una relativa contemporaneidad. La existencia de producciones científicas anteriores constituye un elemento a controlar, durante el análisis de cada clúster de colaboración.

Entre artículos (5.604) y comunicaciones en conferencias científicas (1.343), se alcanza el 81,00% del total, con un fuerte predominio del idioma inglés (93,20%). Las cinco instituciones más productivas son: la Universidad de Utrecht (84), la Universidad Estatal de Michigan (80), la Universidad Católica Australiana (76), la Universidad Estatal Paulista (75), y la Universidad Católica de Lovaina (71). Un total de 99 autores participan en, al menos, 10 documentos y, de ellos, los seis más productivos son L. Verschaffel (49), B. Sriraman (33), O. Skovsmose (25), W. Van Dooren (24), N. Sinclair (23), y J. R. Star (23). Además, 2.556 documentos (29,67%) se concentran en una docena de revistas, principalmente: *Educational Studies in Mathematics*, con 451, *Mathematics Education Research Journal*, con 320, *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, con 293, e *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, con 281.

Los cinco autores más citados son los siguientes: H. C. Hill (1.360 citas en nueve documentos), D. L. Ball (1.348 citas en ocho documentos), J. R. Star (1.056 citas en 23 documentos), M. G. Sherin (1.025 citas en 10 documentos), y B. Rowan (880 citas en solo dos documentos). Tres de estos autores intervienen en el documento más citado que data del año 2005 y acumula 852 citas, titulado *Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement* (publicado por H. C. Hill, B. Rowan, y D. L. Ball, en la revista *American Educational Research Journal*, Vol. 42, No. 2).

Durante los últimos 50 años, el crecimiento diacrónico de la producción de documentos obedece a una ley exponencial ( $y = 3,71e^{0,11(x-1968)}$ ,  $r^2 = 0,95$ , para  $x \geq 1969$ ). De 12.399 autores identificados, 9.450 (76,22%) publican en solitario, 1.611 (12,99%) participan en dos documentos, y 1.118 entre tres y seis (9,01%). Este fenómeno, en cierta medida, satisface la ley de Lotka (1926) donde "la relación que existe entre la frecuencia de autores con  $x$  contribuciones es  $x^n y = \text{constante}$ " (Lotka, 1926). Y, en efecto, los datos se ajustan bien al modelo  $x^{2,86}y = 13054$  ( $r^2 = 0,96$ ), donde 2,86 es un valor relativamente cercano a 3.

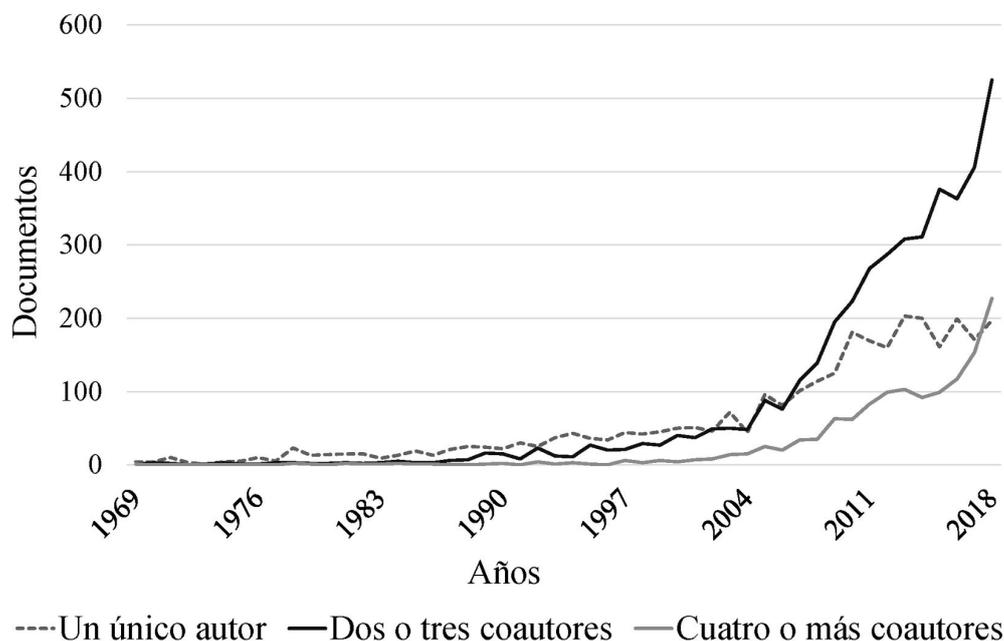
La observación anterior no refleja apodícticamente el comportamiento de la colaboración. En efecto, si bien unas tres cuartas partes de los autores poseen un único trabajo publicado, existe la posibilidad de que varios de ellos coincidan en un mismo documento, que autores con dos documentos tengan uno en solitario y otro con coautoría, y así sucesivamente podrán ocurrir numerosas redundancias. Sin embargo, el conteo de la distribución del número de autores por documento muestra una tendencia al trabajo colectivo, respecto al individual. La Figura 1 ilustra tres estratos: la producción diacrónica de autores individuales, la que lleva la firma de dos o tres autores, y la de cuatro o más por cada año.

De forma general, los tres estratos crecen aceleradamente durante los últimos 50 años, incluso con alta correlación logarítmica. Sin embargo, lo más trascendente ocurre durante la última década, donde solo se observa correlación logarítmica significativa entre las series donde existe trabajo colectivo ( $r^2 = 0,90$ ,  $p < 0,01$ ). Para la serie de documentos con un único autor no se observan correlaciones significativas. Por el contrario, su comportamiento se ajusta mejor al modelo lineal ( $y = 7,42x + 116,83$ ,  $r^2 = 0,58$ ) dentro de este periodo más reciente. Por otro lado, aunque con diferencias relativamente discretas, los valores promedios de citas son superiores en los trabajos con coautoría. Los documentos firmados por un solo autor reciben un promedio de 6,68 citas con desviación típica de 18,27; para dos o tres coautores, 7,38 con 25,61; y para cuatro o más coautores, 8,53 con 20,92, respectivamente.

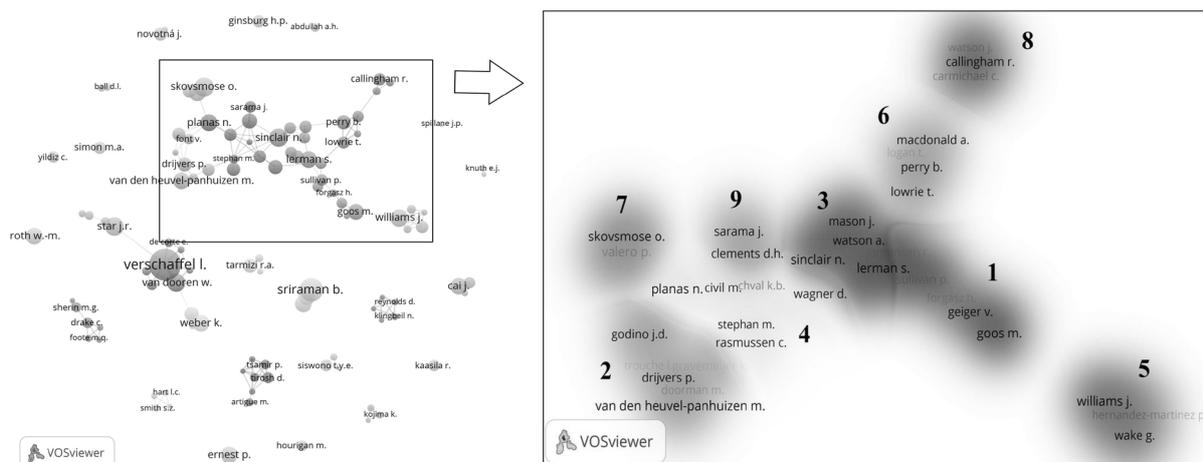
#### 4.2. Clústeres de coautoría como evidencia de redes de colaboración

El filtrado de los datos produce 30 conglomerados, con una estructura donde se destacan 10 redes más visibles; una de ellas es notablemente grande y está compuesta por 9 clústeres. En este acercamiento al estado de la colaboración científica en educación matemática, con base en la coautoría de documentos con mayor visibilidad, se decide explorar la mayor de estas redes. La Figura 2 muestra global y localmente la posición de la red seleccionada, dentro del entramado de redes visibles. Por adecuaciones gráficas de VOSviewer, no todos los autores aparecen representados en el gráfico. La escala de visualización se adopta conforme a la productividad individual de cada investigador (*Scale* = "Documents") y, como método de normalización, se utiliza el de vínculos fuertes (*Method* = "Association strength").

**Figura 1.** Crecimiento diacrónico por estratos de coautoría



**Figura 2.** Estructura y localización de la red de coautoría seleccionada



Los clústeres sirven de base para el estudio de la red de colaboración, donde cada posición relativa ilustra un entramado de relaciones entre ellos. Por ejemplo, en una posición central aparece el clúster No. 3, encabezado por S. Lerman, conectado con otros cuatro clústeres. Por tanto, se trata de una red donde el entramado colaborativo de sus integrantes es bastante plural y diversificado. Por su parte, los clústeres encabezados respectivamente por J. Williams (No. 5) y por C. Carmichael (No. 8), aparecen alejados relativamente de la mayoría, lo cual significa que sus intereses investigativos son

más específicos y cuentan con menor grado de interrelación respecto a toda la red.

La Tabla I detalla la composición de cada clúster, así como la producción individual y colectiva de los autores que los conforman. Los autores aparecen relacionados por orden alfabético y se señala, en cada caso, el de mayor volumen de citas. Puede observarse que los periodos de actividad oscilan entre 19 y 30 años. El clúster más prolífico es el tercero, con una producción científica relativamente fluida de 3,27 documentos promedio por año

durante tres décadas completas. En el caso del cuarto clúster, la producción es algo menor pero distribuida en un periodo de casi dos décadas con promedio de 4,16 publicaciones anuales. Solo el octavo clúster promedia menos de un documento por año (0,87) lo cual refleja que, en general, estos clústeres representan subredes de colaboraciones científicas relativamente estables.

Seguidamente, la Figura 3 refleja las conexiones internas de cada clúster, donde cada nodo en forma de círculo representa un autor de la subred, mientras que cada conexión expresa un flujo bi-

direcciona por vínculos de coautoría. Los radios de los círculos son proporcionales al número total de citaciones del autor correspondiente, dentro de cada subred. Como puede observarse, el octavo clúster posee un nodo aislado del conjunto relacionado, lo cual es atípico y a la vez contradictorio. En realidad, se trata de un autor cuyo nombre no figura de manera uniforme en la base de datos ("Watson J.M." y "Watson J.", que corresponden a un mismo investigador, con ID = 7404155024 en Scopus). Por tanto, solo debe considerarse el conjunto de tres autores que conforman esta subred de coautoría.

**Tabla I.** Composición y productividad científica de cada subred de coautoría

Clúster	Documentos (total y periodo)	Autor	Documentos (por autor)	Citaciones (por autor)	Total de vínculos fuertes***
1	74 (1989-2018)	D. J. Clarke	7	70	3
		D. M. Clarke	14	63	5
		S. Dole	6	36	7
		H. Forgasz	8	29	3
		V. Geiger	11	69	6
		M. Goos**,**	19	214	7
		R. Jorgensen	12	77	1
		P. Sullivan	13	80	6
2	68 (1994-2018)	M. Doorman	9	265	11
		P. Drijvers	16	310	14
		V. Font	11	195	9
		J. D. Godino	15	203	9
		K. Gravemeijer**	14	324	5
		L. Trouche	6	74	6
		M. Van Den Heuvel-Panhuizen*	20	261	11
		V. Veldhuis	6	8	7
3	98 (1989-2018)	J. Adler	15	122	2
		S. Lerman**	20	366	3
		J. Mason	14	302	6
		A. Sfard	13	334	2
		N. Sinclair*	23	228	6
		A. Watson	13	219	8
		R. Zazkis	13	75	5

Clúster	Documentos (total y periodo)	Autor	Documentos (por autor)	Citaciones (por autor)	Total de vínculos fuertes***
4	79 (2000-2018)	K. B. Chval	6	41	5
		M. Civil	14	108	12
		B. Herbel-Eisenmann	14	139	14
		N. Planas*	20	202	5
		C. Rasmussen**	15	216	6
		M. Stephan	9	54	6
		D. Wagner	17	195	7
		W. Zandieh	5	59	5
5	37 (2000-2018)	L. Black	8	117	18
		P. Hernández-Martínez	6	103	17
		M. Pampaka	9	128	20
		G. Wake	14	156	18
		J. Williams*,**	22	262	21
6	32 (1992-2018)	S. Dockett	5	21	7
		T. Logan	7	14	14
		T. Lowrie	14	52	15
		A. MacDonald	13	58	19
		B. Perry*,**	16	68	19
7	55 (1994-2018)	T. Meaney	15	65	7
		O. Skovsmose*,**	25	195	3
		T. Trinick	5	18	5
		P. Valero	20	112	5
8	27 (1988-2018)	R. Callingham	14	64	11
		C. Carmichael*,**	15	67	8
		J. M. Watson	8	26	7
9	20 (2000-2018)	D. H. Clements*,**	18	756	17
		J. Sarama	13	458	17
		M. E. Spitler	3	155	9
		C. B. Wolfe	3	155	9

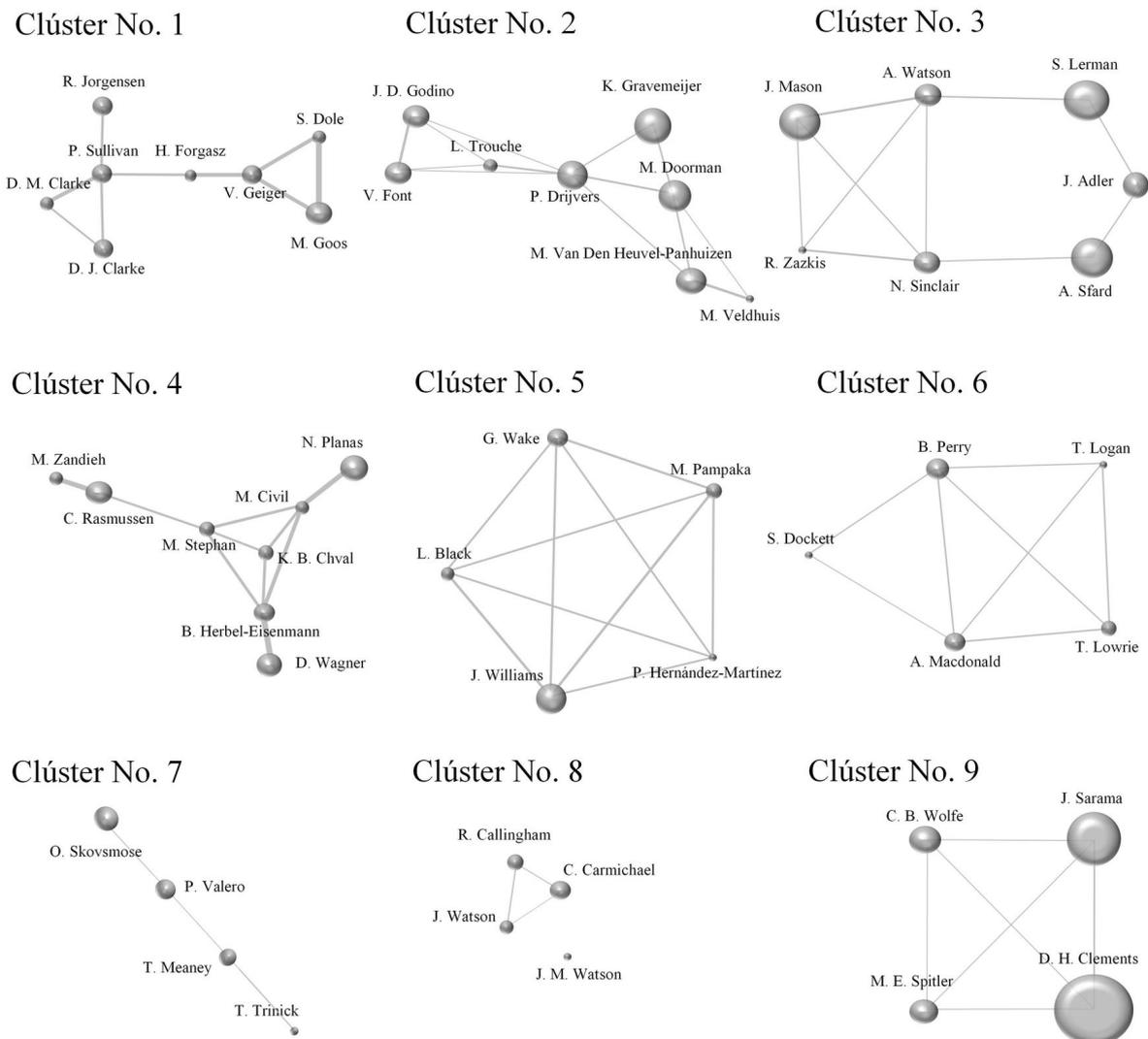
**Notas:**

(\*) Autor del clúster con mayor volumen de documentos publicados.

(\*\*) Autor del clúster con mayor volumen de citas recibidas.

 (\*\*\*) Indica el valor del índice *Total link strength* (Van Eck y Waltman, 2010).

**Figura 3.** Estructura interna de cada clúster como subred de coautoría



Para lograr una caracterización más objetiva de las estructuras anteriores, es conveniente considerarlas como casos especiales de redes sociales. El software UCINET proporciona los resultados contenidos en la Tabla II, donde los indicadores representan medidas útiles para caracterizar las relaciones internas de cada subconjunto como una especie de subred social (Aguilar-Gallegos y otros, 2017). En este caso, se reflejan los nexos más visibles de la colaboración, con bases bibliométricas en educación matemática.

Los indicadores de densidad y centralización son globales, pues sirven para caracterizar cada subred de forma general. Los indicadores de nivel nodal seleccionados son la intermediación y la

cercanía. El primero da cuentas acerca de aquellos elementos que sirven de canal de comunicación entre subconjuntos de cada clúster, es decir, autores que trabajan con dos o más grupos de investigación. La cercanía, por su parte, mide de forma individual el nivel de conexión de cada nodo. Esto último significa el grado de colaboración de cada investigador dentro de la subred correspondiente. Si bien en los clústeres 5, 8 y 9 el volumen de trabajo y el grado de influencia están repartidos equitativamente, en los clústeres restantes existen de uno a tres investigadores con mayor grado de interrelaciones, los cuales generalmente sirven de puente a subgrupos más pequeños de la subred correspondiente.

**Tabla II.** Indicadores globales y nodales de cada subred de coautoría

Clúster (subred)	Indicadores globales		Indicadores de nivel nodal*			
	Densidad (%)	Centralización (%)	Intermediación		Cercanía	
			%	Autores	%	Autores
1	28,57	38,10	28,57	P. Sullivan	58,33	P. Sullivan
2	42,86	52,38	59,52	P. Drijvers	87,50	P. Drijvers
3	47,62	26,67	26,67	N. Sinclair y A. Watson	75,00	N. Sinclair y A. Watson
4	35,71	28,57	47,62	M. Civil, B. Herbel-Eisenmann, y M. Stephan	70,00	M. Stephan
5	100	0,00	0,00	Todos los integrantes	100	Todos los integrantes
6	80,00	33,33	16,67	A. MacDonald y B. Perry	100	A. MacDonald y B. Perry
7	50,00	33,33	66,67	T. Meaney y P. Valero	75,00	T. Meaney y P. Valero
8	100	0,00	0,00	Todos los integrantes	100	Todos los integrantes
9	100	0,00	0,00	Todos los integrantes	100	Todos los integrantes

Nota:

(\*) En todos los casos solo se consignan los valores máximos, calculados para el conjunto de nodos de cada clúster.

Como puede apreciarse, los clústeres 5, 8 y 9 presentan valores máximos de densidad, a partir de sus relaciones nodo a nodo. Ello significa que todos los autores que conforman la subred respectiva, como norma, publican siempre juntos. El segundo clúster posee mayor grado de centralización, pues existe un autor (P. Drijvers) que ocupa cierta posición central, con conexiones respecto a la mayoría de los integrantes de la subred. Por igual motivo, los tres clústeres más herméticos (5, 8 y 9) poseen valores nulos de centralización, o sea, la productividad científica está repartida uniformemente.

Para concluir esta descripción general de la red seleccionada, se analizan las revistas donde se publican los resultados científicos correspondientes. La Tabla III contiene las diez revistas donde aparecen publicados los mayores números de artículos, distribuidos por cada clúster.

Aunque la distribución no es uniforme, tampoco se presenta aglomerada en uno u otro clúster. Si se considera la Tabla III como tabla de contingencia, no resulta factible utilizar una prueba  $\chi^2$ , pues más del 20% de las frecuencias esperadas es menor que 5. Sin embargo, el coeficiente de contingencia corregido produce el resultado  $C = 0,71$  ( $p < 0,01$ ), lo cual indica cierta intensidad en la relación entre el conjunto de revistas y clústeres seleccionados.

#### 4.3. Caracterización de los campos de investigación de cada subred de coautoría

Las observaciones anteriores constituyen elementos descriptivos que expresan relaciones estructurales de cada subred identificada (análisis de forma). Seguidamente, con la ayuda del método Delphi, se obtiene una caracterización razonable sobre los correspondientes campos específicos de la educación matemática (análisis de contenido).

Para determinar los integrantes del panel, se proponen previamente 50 candidatos con formación científica (25 másteres y 25 doctores), con no menos de 10 años vinculados a la educación matemática tanto en lo docente como en lo investigativo. Para la localización de los candidatos se utiliza el listado de participantes en los últimos congresos RELME (Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa). A cada uno se le envía el instrumento descrito por Cruz y Martínez (2012), con el objetivo de calcular el valor del índice  $k$  de competencia experta. Este indicador produce valores no inferiores a 0,75 en 38 de los casos, de los cuales 21 confirman su disposición a participar y con ellos se conforma el panel de expertos. Los integrantes del panel son profesores universitarios de Cuba (8), Colombia (6), México (3) y Brasil (3) y Ecuador (1). De ellos, 6 son másteres y 15 doctores, con un promedio de 18,22 años de experiencia profesional como docentes de matemáticas.

**Tabla III.** Distribución de documentos en las diez revistas más utilizadas por autores de la red

Revista	Clúster									Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<i>Educational Studies in Mathematics</i>	4	11	18	12	12		10			67
<i>Mathematics Education Research Journal</i>	28	4	7	4		11	3	10		67
<i>ZDM - International Journal on Mathematics Education</i>	6	7	5	7		1	8	1	1	36
<i>Research in Mathematics Education</i>		2	8	1	10	2	1			24
<i>Journal for Research in Mathematics Education</i>			4	9					5	18
<i>International Journal of Science and Mathematics Education</i>	2	6	2	4	1	1	1			17
<i>Journal of Mathematical Behavior</i>	1	3	3	6			1		2	16
<i>Journal of Mathematics Teacher Education</i>	1		3	3			1	1		9
<i>Teaching Mathematics and its Applications</i>	1	1	1		3	1				7
<i>Bolema - Mathematics Education Bulletin</i>		3					3			6

En la primera ronda, el panel recibe una breve descripción del estudio y de sus objetivos. En particular, se presenta la estructura de la red seleccionada (Figura 2), los nexos entre términos frecuentes e interrelacionados que aparecen en los títulos y resúmenes de los documentos respectivos, así como los listados de palabras clave correspondientes que complementan esta información. Tanto las palabras clave, como los términos más frecuentes en títulos y resúmenes, se extraen de los documentos publicados dentro de la última década.

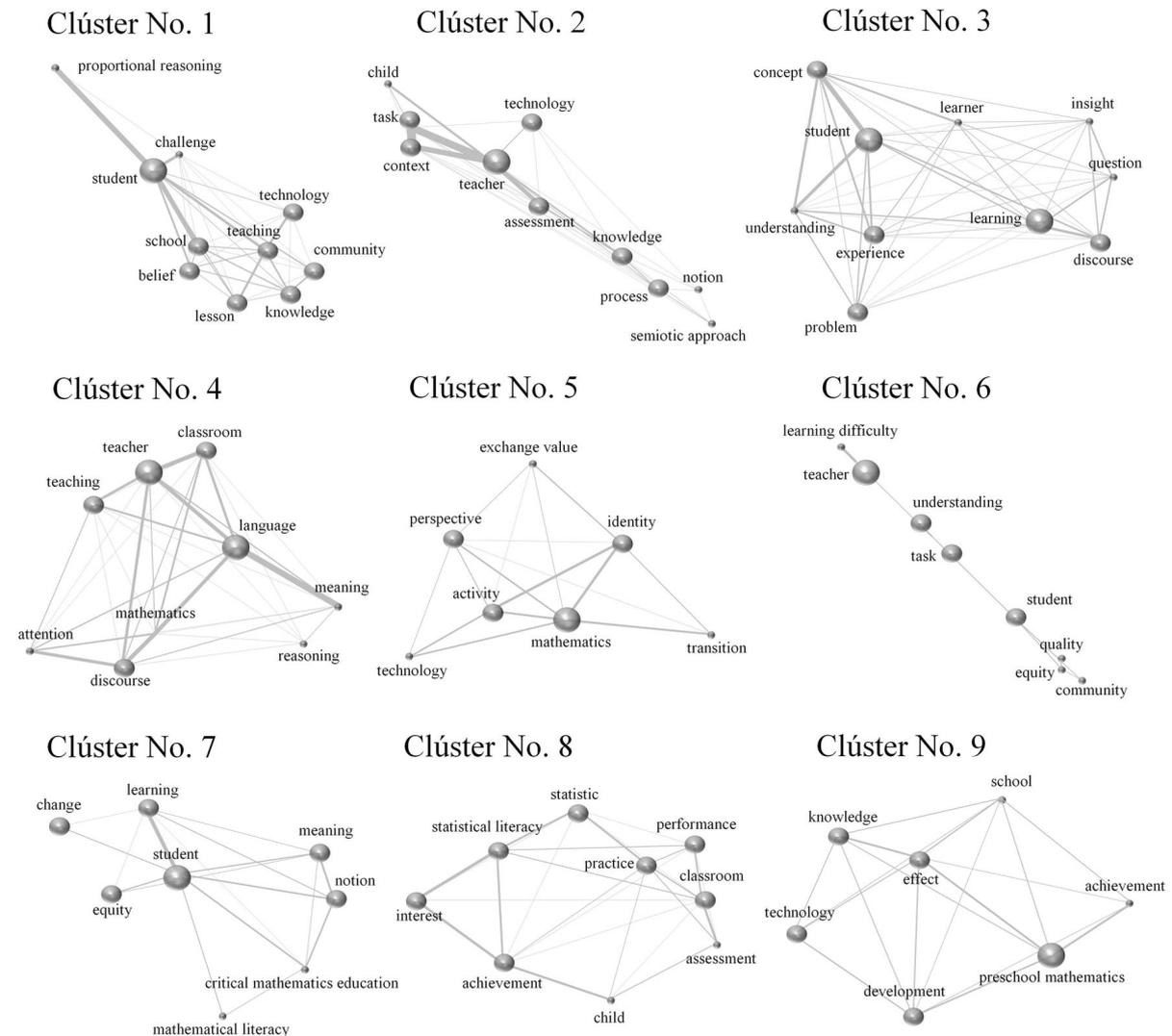
La Figura 4 contiene los nueve gráficos presentados a los expertos, conteniendo nexos conceptuales extraídos por VOSviewer, a partir de cada título y resumen en la base de datos correspondiente a cada clúster. Cada radio es proporcional a la frecuencia de aparición del término respectivo. En todos los casos, se eliminan términos comunes que obviamente el sistema detecta, pero que resultan intrascendentes. Por ejemplo, se descartan términos comunes de los resúmenes, como "article", "paper", "work", "example", o bien nombres específicos de universidades, regiones y países. En todos los casos también se elimina "mathematics education", pues constituye el patrón de búsqueda  $D_1$ , empleado en la estructuración de la base de datos, y tiende a ser un término redundante. Tomando en consideración que el reconocimiento de elementos esenciales dentro de un texto posee un elevado grado de libertad, en algunos casos también se implementa un recurso de VOSviewer, el cual permite equiparar términos con ayuda de un tesoro. Por ejemplo, en el noveno clúster, el término "preschool mathematics" sustituye a "pres-

chool mathematics curriculum", "preschool mathematics program", entre otros términos similares.

Respecto a los listados de palabras clave, no resulta factible incluir los recuperados de Scopus íntegramente. Por ejemplo, el número de palabras clave en algunos metadatos es excesivo y en otros demasiado escueto e incluso vacío, lo cual genera cierto nivel de oscuridad e incertidumbre. También existen palabras clave tales como "mathematics" y "mathematics education" que son incluidas necesariamente por los autores en revistas de perfiles más amplios dentro de la educación, pero que constituyen elementos redundantes para el presente estudio. Por otro lado, algunas palabras clave refieren los métodos específicos de investigación, o bien el entorno geopolítico, de modo que no influyen directamente en la determinación del objeto fundamental de investigación para cada subred. Incluso, se percibe una marcada carencia de normalización en el conjunto de palabras clave empleadas, lo cual dificulta su utilización. A partir de estas problemáticas, se decide remover el 16,42% de las palabras claves, con un promedio definitivo de 74,11 palabras claves por clúster.

Una vez proporcionada la estructura de la red conteniendo las subredes, de los términos frecuentes con sus interrelaciones, y de cada subconjunto de palabras clave, seguidamente, se solicita al panel que ofrezca una descripción aproximada del campo fundamental de investigación de cada subred, procurando no exceder dos renglones. Los resultados de esta primera ronda se reciben también por la vía del correo electrónico, durante el periodo de entre uno y tres meses.

**Figura 4.** Nexos conceptuales más frecuentes en títulos y resúmenes



A partir de las respuestas del panel de expertos, para la síntesis cualitativa de los resultados obtenidos tras la primera ronda, se establecen tres unidades de análisis fundamentales: el ámbito, el contenido y el contexto. El primero responde al dónde, o sea, el nivel de enseñanza, el ambiente escolar, el segmento etario, entre otros. El segundo responde al qué y refiere, principalmente, el núcleo conceptual del objeto de investigación centrado en aspectos tales como el currículo, la enseñanza, el aprendizaje, las tecnologías, entre otros. El tercero responde al cómo, con énfasis en enfoques y métodos específicos, bases epistémicas, preceptos éticos, entre otros. Después de inventariar las categorías, ya identificadas en las respuestas de la primera

ronda e interrelacionadas con cada unidad de análisis, estas se agrupan y relacionan con la finalidad de formular los respectivos campos de investigación de cada subred.

En ningún caso se consigue respuesta unánime de todo el panel de expertos. Las opiniones individuales no siempre abarcan los nueve objetos de investigación formulados, y tampoco se observa relación directa entre los que responden a cada clúster de una ronda a otra. La Tabla IV resume las respuestas colectivas del panel de expertos en ambas rondas Delphi. Los resultados de la primera expresan la síntesis cualitativa de cada objeto de investigación; mientras que los de la segunda proveen una medida cuantitativa del grado de consenso correspondiente.

**Tabla IV.** Resultados de las rondas Delphi para la caracterización de los objetos de investigación de cada red de coautoría

Clúster	Primera ronda		Segunda ronda	
	Número de expertos que responden	Síntesis cualitativa	Número de expertos que responden	Grado de acuerdo (%)
1	12	Tecnologías y formación profesional en el aprendizaje matemático	11	81,82
2	18	Estudios epistémicos de la cognición matemática con enfoque onto-semiótico	16	100
3	11	Aprendizaje matemático y retos curriculares	9	88,89
4	10	Comunicación matemática en un ambiente de equidad y justicia social	10	80,00
5	18	Procesos identitarios y currículo matemático	15	86,67
6	15	Evaluación del aprendizaje matemático en edades tempranas	14	85,71
7	16	Educación para todos con enfoque crítico y bases socioculturales	17	94,12
8	17	Evaluación del aprendizaje y motivación de contenidos estadísticos elementales	15	93,33
9	15	Empleo de tecnologías para favorecer el aprendizaje matemático en edades tempranas	13	84,62

#### 4.4. Un ejemplo ilustrativo

A modo de ejemplo, se ha escogido el caso concreto del octavo clúster. Después de filtrar la base de datos original se obtiene un subconjunto de 27 documentos (Tabla I), de los cuales 21 corresponden a la década 2009-2018. El clúster está conformado por tres autores, donde C. Carmichael es el más citado. En todos los casos, los niveles de intermediación y cercanía son coincidentes (Tabla II). El artículo más citado es "*The nature and development of middle school mathematics teachers' knowledge*" de K. Beswick, R. Callingham y J. M. Watson, con 18 citas desde su publicación en 2012 en la revista *Journal of Mathematics Teacher Education* (Vol. 15, No. 2). Para obtener la red de nexos conceptuales se selecciona el artículo más citado, todos los documentos firmados por al menos uno de los tres autores dentro de la última década, así como los anteriores a 2009 donde participa el autor más citado. Este segundo filtrado reduce la base de datos a 22 documentos, cuyo procesamiento con VOSviewer produce el grafo correspondiente de nexos conceptuales (Figura 4, clúster No. 8).

La Tabla V contiene el listado de palabras clave determinadas para el octavo clúster, al concluir el segundo filtrado. Puede observarse la eliminación de términos redundantes para el estudio, la de una medida específica de la Teoría de Respuesta al

Ítem, así como la descripción explícita de siglas no necesariamente familiares para los expertos.

Por una parte, el entramado de nexos conceptuales revela dos subconjuntos relativamente autónomos. El primero muestra una relación entre el grado de éxito escolar, el interés del estudiante, y la alfabetización estadística. El segundo representa los niveles de desempeño y la práctica en el aula de matemáticas. Por otra parte, con la ayuda del listado de palabras clave los expertos observan que, en 11 ocasiones, se consignan aspectos de la enseñanza-aprendizaje de contenidos estadísticos elementales ("*Mean*", "*Central tendency*", "*Random sample*", "*Practice of statistics*", ...), en siete se expresan aspectos afectivos y motivacionales ("*Motivation*", "*Engagement*", "*Interest*", "*Classroom motivational environment*", ...) y, en otros siete, se refieren términos relacionados con la evaluación ("*National assessment*", "*NAPLAN*", "*Mode of delivery of assessments*", "*Classroom-based assessment*", ...). Visto así, los dos subconjuntos presentes en el gráfico se conectan con base en la categoría didáctica de evaluación y en la función didáctica de motivación. Además, tanto el gráfico como las palabras clave contienen otros elementos que reflejan explícitamente un nivel elemental de enseñanza-aprendizaje ("*Child*" en el gráfico; "*Middle school teachers*" y "*Primary/elementary school*" en las palabras clave).

**Tabla V.** Palabras clave del octavo clúster presentadas al panel de expertos

Descripción	Palabras clave
Listado original por cada documento	(1) Autonomy, Mathematics, NAPLAN, Self-determination theory; (2) Average, Central tendency, Context, Mean, Median, Middle school students; (3) Big Picture, Engagement, Motivation, Project-based learning, Quantitative reasoning; (4) Classroom motivational environment, Interest, Mathematics, Primary/elementary school, Teacher enthusiasm; (5) Classroom-based assessment, International assessment, Mode of delivery of assessments, National assessment; (6) Data, Effective practices, NAPLAN, School improvement; (7) Differences and relationships between mathematics and statistics, Statistics education; (8) Engagement, Latent profile analysis, Learning environment, Mathematics education, Motivation; (9) Mathematics teacher knowledge, Middle school teachers, Rasch measurement, Teacher beliefs; (10) Mathematics, Pupil change, Teacher professional learning; (11) Population, Practice of statistics, Primary students, Random sample, Sample
Palabras clave eliminadas	"Mathematics" ( $n = 3$ ), "Mathematics Education" ( $n = 1$ ), "Rasch measurement" ( $n = 1$ )
Palabras clave adaptadas	NAPLAN ( $n = 2$ ) se sustituye por su significado "National Assessment Program-Literacy and Numeracy", "Mathematics teacher knowledge" ( $n = 1$ ) se sustituye por "Teacher knowledge"

Con base en lo anterior, las unidades de análisis quedan determinadas del modo siguiente: el ámbito se enmarca en los niveles educativos primario y secundario, el contenido se refiere a los tópicos estadísticos básicos, mientras que el contexto resulta mediado por un ambiente de evaluación y motivación. Al relacionar estos tres aspectos, se determina el siguiente objeto de investigación, correspondiente a la octava subred: "evaluación del aprendizaje y motivación de contenidos estadísticos elementales" (Tabla IV).

## 5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El presente estudio concuerda con Abu y Verma (2019), en que la cuantimetría ofrece una imagen adecuada de las tendencias de coautoría y los patrones

de colaboración entre investigadores. Los hallazgos revelan que la coautoría constituye un indicador útil para el estudio de la colaboración científica en educación matemática, generalizables a otros campos del saber científico. Ello se debe, entre otros aspectos, a su verificabilidad, estabilidad, normalización y volumen de información. Sin embargo, tal y como señalan Tsai y otros (2016), también existen limitaciones pues este indicador no capta todas las actividades relacionadas con la colaboración, reduciéndose apenas a una expresión específica de esta.

Como ha podido apreciarse, la actividad científica en educación matemática crece a un ritmo exponencial, y sus procesos de colaboración tienden a fortalecerse con propensión al trabajo colectivo sobre el individual. Ello conlleva una observación de Biancani y McFarland (2013), sobre el crecimiento que vienen experimentando de las tasas de colaboración en ciencias sociales, donde las ciencias de la educación ocupan un importante lugar. De modo similar a las evidencias descritas por Maz y otros (2009), se observa un predominio de documentos firmados por un solo autor. Sin embargo, al igual que Sooryamoorthy (2017), se constata cierta tendencia a recibir mayor número de citas en aquellas publicaciones que son fruto del trabajo colectivo.

Como resultado de la presente investigación, se identifica la existencia de varias redes de colaboración, donde una de ellas es notablemente grande. Conforme a las evidencias empíricas, el estudio particularizado de esta red conlleva a las siguientes apreciaciones:

1. La posición central del clúster No. 3, relacionado con el aprendizaje matemático y los retos curriculares, refleja el rol esencial de los planes y programas de estudio, basados en enfoques centrados en el estudiante.
2. La lejanía relativa de los clústeres No. 5 y 8, puede estar originada por sus niveles de especificidad, vinculados respectivamente al estudio de procesos identitarios y a la enseñanza de contenidos estadísticos. Por otro lado, ambos clústeres son, junto al No. 9, los de mayores índices de densidad. Ello sugiere la hipótesis de que, a mayor nivel de especificidad, mayor será la cohesión en la coautoría y menor el grado de relación con otras redes de coautoría.
3. Los dos clústeres que enfatizan el empleo de tecnologías son el No. 1 y 9. Ambos están relacionados estrechamente con el clúster No. 3 de posición central, o sea, con el currículo. Por tanto, la implementación de tecnologías se erige como un reto curricular en educación matemática.

4. Existen varias parejas de clústeres cuyos objetos de investigación tienen relación directa. Por ejemplo, el No. 8, relacionado con la evaluación del aprendizaje y la motivación por los contenidos estadísticos, está conectado con el No. 6. Este último tiene como objeto la evaluación del aprendizaje en edades tempranas, así que las colaboraciones correspondientes tienen en común la categoría didáctica de "evaluación". En igual situación figuran los clústeres No. 4 y 7, los cuales tienen en común elementos relacionados con la educación para todos y la justicia social con enfoque crítico (Skovsmose, 2011). Asimismo, el clúster No. 4 también se relaciona directamente con el No. 2 pues este último, al centrarse en estudios epistémicos de la cognición matemática con enfoque ontosemiótico (Godino y otros, 2019), trae a colación aspectos relacionados con el lenguaje y la comunicación matemática que son elementos centrales para el clúster No. 4.
5. Una mirada transversal a los campos de investigación de los nueve clústeres, revela que en cinco de ellos aparece explícitamente la categoría pedagógica de "aprendizaje". Este aspecto puede explicar la interrelación global de estos clústeres como subredes de la red mayormente visible en la Figura 2.

También se ha constatado la utilidad del método Delphi. La opinión experta disminuye el grado de subjetividad durante la determinación de los objetos de investigación, pues la síntesis cualitativa de información se realiza a partir de criterios sobre fuentes objetivas, codificadas con base en tres unidades de análisis útiles: el ámbito, el contenido y el contexto. El anonimato disminuye la preponderancia del criterio de algunos individuos, la inhibición de otros, el desvío de la atención hacia elementos

## 7. REFERENCIAS

- Abu, K. S.; Verma, S. (2019). Authorship trends and collaborative patterns on annals of library and information studies. *Library Philosophy and Practice*, 2201. Recuperado de <https://digitalcommons.unl.edu/libphilprac/2201> [fecha de consulta: 28/12/2019]
- Aguilar-Gallegos, N.; Martínez-González, E. G.; Aguilar-Ávila, J. (2017). Análisis de redes sociales: Conceptos clave y cálculo de indicadores. Chapingo, México: Universidad Autónoma Chapingo, CIESTAAM. Recuperado de <http://www.redinnovagro.in/pdfs/indicadores.pdf> [fecha de consulta: 16/08/2018].
- Ausloos, M. (2013). A scientometrics law about co-authors and their ranking: the co-author core. *Scientometrics*, 95(3), 895-909. <https://doi.org/10.1007/s11192-012-0936-x>

parciales o no esenciales, entre múltiples limitaciones propias de las reuniones. Sin embargo, el tamaño discreto del panel de expertos y el número de rondas prefijado pueden incidir en la fiabilidad y validez de los resultados (Irdayanti y otros, 2015).

El hecho de que en la segunda ronda se observen grados de acuerdo no menores del 80%, respecto a cada objeto de investigación, provee los resultados de un valor favorable. No obstante, la ausencia de respuestas en algunos momentos podría enmascarar ciertos desacuerdos, sobre todo en la última ronda donde se solicita adoptar una postura (favorable o no) ante cada campo de investigación determinado. Tanto la inestabilidad en las respuestas de los expertos, como su abandono del proceso, son limitaciones típicas del método Delphi que han sido reportadas de modo similar por varios autores (Landeta, 1999).

## 6. AGRADECIMIENTOS

Investigación financiada por la Universidad de Holguín (UHo, Cuba), la Universidad Antonio Nariño (UAN, Colombia) y la Universidad de Medellín (UDEM, Colombia), en el marco de sus convenios de colaboración científica. Los autores desean agradecer las opiniones de los árbitros anónimos, las cuales favorecieron el perfeccionamiento del presente trabajo.

## AKNOWLEDGEMENTS

Funding for this paper was provided by Universidad de Holguín (UHo, Cuba), Universidad Antonio Nariño (UAN, Colombia), and Universidad de Medellín (UDEM, Colombia), as from their agreements of scientific collaboration. The authors are grateful for the comments of the anonymous arbiters, which favored the improvement of this paper.

- Biancani, S.; McFarland, D. A. (2013). Social networks research in higher education. En: Paulsen, M. B. (ed.), *Higher Education: Handbook of Theory and Research*, 28, pp. 151-215. Dordrecht: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-5836-0\\_4](https://doi.org/10.1007/978-94-007-5836-0_4)
- Borgatti, S. P.; Everett, M. G.; Freeman, L. C. (2002). *UCINET 6 for Windows: Software for Social Network Analysis*. Harvard, MA: Analytic Technologies.
- Bracho, R.; Jiménez-Fanjul, N.; Maz-Machado, A.; Torralbo-Rodríguez, M.; Fernández-Cano, A. (2014). Producción científica sobre narrativa en educación matemática en la Web of Science. *Bolema*, 28(49), 744-761. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n49a14>

- Bracho-López, R.; Maz-Machado, A.; Gutiérrez-Arenas, P.; Torralbo-Rodríguez, M.; Jiménez-Fanjul, N. N.; Adamuz-Povedano, N. (2012). La investigación en Educación Matemática a través de las publicaciones científicas españolas. *Revista Española de Documentación Científica*, 35(2), 262-280. <https://doi.org/10.3989/redc.2012.2.870>
- Cabero, J.; Llorente, M. del C. (2015). Entornos personales de aprendizaje (PLE): valoración educativa a través de expertos. *Areté*, 1(1), 7-19. Recuperado de <https://idus.us.es/xmlui/handle/11441/32267> [fecha de consulta: 11/12/2018].
- Cruz, M. (2009). *El Método Delphi en las Investigaciones Educativas*. La Habana: Academia.
- Cruz, M.; Martínez, M. C. (2012). Perfeccionamiento de un instrumento para la selección de expertos en las investigaciones educativas. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 14(2), 167-179. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/vol14no2/contenido-cruzmt-nz2012.html> [fecha de consulta: 10/10/2012]
- Cruz, M.; Rúa, J. A. (2018). Surgimiento y desarrollo del método Delphi: una perspectiva cuantitativa. *Biblios*, 71, 90-107. <https://doi.org/10.5195/biblios.2018.470>
- Ding, Y. (2011). Scientific collaboration and endorsement: network analysis of coauthorship and citation networks. *Journal of Informetrics*, 5(1) 187-203. <https://doi.org/10.1016/j.joi.2010.10.008>
- Dunsmuir, S.; Atkinson, C.; Wright, S. (2015). Use the Delphi methodology to define competencies in professional psychology training. *Assessment & Development Matters*, 7(1), 22-25. Recuperado de <https://www.escholar.manchester.ac.uk/jrnl/item/?pid=uk-ac-man-scw:263341> [fecha de consulta: 15/01/2019].
- Erfanmanesh, M.; Rohani, V. A.; Abrizah, A. (2012). Co-authorship network of scientometrics research collaboration. *Malaysian Journal of Library & Information Science*, 17(3), 73-93. Recuperado de <http://eprints.rclis.org/19597/> [fecha de consulta: 15/03/2017]
- Gálvez, C. (2018). El campo de investigación del Análisis de Redes Sociales en el área de las Ciencias de la Documentación: un análisis de co-citación y co-palabras. *Revista General de Información y Documentación*, 28(2), 455-475. <https://doi.org/10.5209/RGID.62834>
- García-Aracil, A.; Palomares-Montero, D. (2012). Indicadores para la evaluación de las instituciones universitarias: validación a través del método Delphi. *Revista Española de Documentación Científica*, 35(1), 119-144. <https://doi.org/10.3989/redc.2012.1.863>
- Glänzel, W.; Thijs, B. (2017). Using hybrid methods and 'core documents' for the representation of clusters and topics: the astronomy dataset. *Scientometrics*, 111(2), 1071-1087 <https://doi.org/10.1007/s11192-017-2301-6>
- Godino, J. D.; Batanero, C.; Font, V. (2019). The ontosemiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38-43.
- González, G.; Gómez, J. (2014). La colaboración científica: principales líneas de investigación y retos de futuro. *Revista Española de Documentación Científica*, 37(4), e062. <https://doi.org/10.3989/redc.2014.4.1186>
- Hernández, R.; Fernández, C.; Baptista, M. del P. (2014). *Metodología de la Investigación* (6ª ed.). México: McGraw Hill Education.
- Hou, H.; Kretschmer, H.; Liu, Z. (2008). The structure of scientific collaboration networks in Scientometrics. *Scientometrics*, 75(2), 189-202. <https://doi.org/10.1007/s11192-007-1771-3>
- Irdyanti, M. N.; Ramlee, M.; Abdullah, Y. (2015). Delphi technique: enhancing research in technical and vocational education. *Journal of Technical Education and Training*, 7(2), 12-23. Recuperado de <https://publisher.uthm.edu.my/ojs/index.php/JTET/article/view/1001/787> [fecha de consulta: 14/09/2018].
- Jiménez, A. E.; Gómez, N. Y.; Ayala, Y.; Guerrero, S. C. (2017). Estudio de la colaboración en publicaciones científicas. Facultad de Ciencias - UPTC, 2002-2014. *Saber, Ciencia y Libertad*, 13(1), 304-318. <https://doi.org/10.18041/2382-3240/saber.2018v13n1.2084>
- Jiménez-Fanjul, N.; Maz-Machado, A.; Bracho-López, R. (2013). Bibliometric analysis of the mathematics education journals in the SSCI. *International Journal of Research in Social Sciences*, 2(3), 26-32. Recuperado de [http://www.ijsk.org/uploads/3/1/1/7/3117743/3\\_social\\_journals.pdf](http://www.ijsk.org/uploads/3/1/1/7/3117743/3_social_journals.pdf) [fecha de consulta: 25/10/2018].
- Jung, N.; Ruiz-León, A. A. (2018). Lo local y lo global de la colaboración científica: ¿qué significa, y cómo visualizarlo y medirlo? *Revista Española de Documentación Científica*, 41(2), e203. <https://doi.org/10.3989/redc.2018.2.1463>
- Kretschmer, H. (1997). Patterns of behaviour in coauthorship networks of invisible colleges. *Scientometrics*, 40(3), 579-591. <https://doi.org/10.1007/BF02459302>
- Landeta, J. (1999). *El Método Delphi: Una Técnica de Previsión para la Incertidumbre*. Barcelona: Ariel.
- López-Gómez, E. (2018). El método Delphi en la investigación actual en educación: una revisión teórica y metodológica. *Educación XXI*, 21(1), 17-40. <https://doi.org/10.5944/educxx1.20169>
- Lotka, A. J. (1926). The frequency distribution of scientific productivity. *Journal of the Washington Academy of Sciences*, 16(12), 317-323. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/24529203> [fecha de consulta: 5/1/2020].
- Maz, A.; Torralbo, M.; Vallejo, M.; Fernández-Cano, A.; Rico, L. (2009). La Educación Matemática en la revista Enseñanza de las Ciencias: 1983-2006. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(2), 185-194. Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/11889182.pdf> [fecha de consulta: 14/08/2019].
- Newman, M. E. J. (2001). The structure of scientific collaboration networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 98(2), 404-409. <https://doi.org/10.1073/pnas.98.2.404>

- Newman, M. E. J. (2004). Coauthorship networks and patterns of scientific collaboration. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 101(1), 5200-5205. <https://doi.org/10.1073/pnas.0307545100>
- Olivera, D.; Peralta, M. J.; García, O. (2018). La coautoría como expresión de la colaboración en la producción científica de Camagüey. *Biblios*, 70, 1-16. <https://doi.org/10.5195/biblios.2018.423>
- Özkaya, A. (2018). Bibliometric analysis of the studies in the field of mathematics education. *Educational Research and Reviews*, 13(22), 723-734. <https://doi.org/10.5897/ERR2018.3603>
- Palacios-Núñez, G.; Vélez-Cuartas, G.; Botero, J. (2018). Developmental tendencies in the academic field of intellectual property through the identification of invisible colleges. *Scientometrics*, 115(3), 1561-1574. <https://doi.org/10.1007/s11192-018-2648-3>
- Price, D. J. S. (1963). *Little Science, Big Science*. New York: Columbia University Press. <https://doi.org/10.7312/pric91844>
- Rahman, S. A.; Noordin, S. A.; Rahmad, F.; Nazri, A.; Abdullah, M. H.; Salleh, A. A. (2018). Research knowledge transfer through co-authorship collaboration. *Journal of Organizational Knowledge Management*, 2018, Article ID: 789147. Recuperado de <https://ibimapublishing.com/articles/JOKM/2018/789147/> [fecha de consulta: 06/01/2020]
- Serna-Gómez, H. M.; Quintero-Agudelo, M. F., Castro-Escobar, E. S.; Calderón-Hernández, G. (2019). Las redes de colaboración en el área de administración. El caso de las universidades colombianas. *Revista Española de Documentación Científica*, 42(2), e236, <https://doi.org/10.3989/redc.2019.2.1595>
- Skovsmose, O. (2011). *An Invitation to Critical Mathematics Education*. Rotterdam: Sense Publishers. <https://doi.org/10.1007/978-94-6091-442-3>
- Sooryamoorthy, R. (2017). Do types of collaboration change citation? A scientometric analysis of social science publications in South Africa. *Scientometrics*, 111(1), 379-400. <https://doi.org/10.1007/s11192-017-2265-6>
- Tsai, C.-C.; Corley, E. A.; Bozeman, B. (2016). Collaboration experiences across scientific disciplines and cohorts. *Scientometrics*, 108(2), 505-529. <https://doi.org/10.1007/s11192-016-1997-z>
- Tuire, P.; Erno, L. (2001). Exploring invisible scientific communities: studying networking relations within an educational research community. A Finnish case. *Higher Education*, 42(4): 493-513. <https://doi.org/10.1023/A:1012242009758>
- Üsdiken, B.; Pasadeos, Y. (1995). Organizational analysis in North America and Europe: a comparison of co-citation networks. *Organization Studies*, 16(3), 503-526. <https://doi.org/10.1177/017084069501600306>
- Vallejo-Ruiz, M.; Fernández-Cano, A.; Torralbo, M.; Maz, A.; Rico, L. (2008). History of Spanish mathematics education focusing on PhD theses. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6(2), 313-327. <https://doi.org/10.1007/s10763-007-9073-z>
- Van Eck, N. J.; Waltman, L. (2010). Software survey: VOSviewer, a computer program for bibliometric mapping. *Scientometrics*, 84(2), 523-538. <https://doi.org/10.1007/s11192-009-0146-3>
- Zhang, J.; Yu, Q.; Zheng, F.; Long, C.; Lu, Z.; Duan, Z. (2016). Comparing keywords plus of WoS and author keywords: a case study of patient adherence research. *Journal of the Association for Information Science and Technology*, 67(4), 967-972. <https://doi.org/10.1002/asi.23437>
- Zitt, M.; Bassecouard, E.; Okubo, Y. (2000), Shadows of the past in international cooperation: Collaboration profiles of the top five producers of science, *Scientometrics*, 47(3), 627-657. <https://doi.org/10.1023/A:1005632319799>
- Zuccala, A. (2006). Modeling the invisible college. *Journal of the American Society for Information Science and Technology*, 57(2), 152-168. <https://doi.org/10.1002/asi.20256>